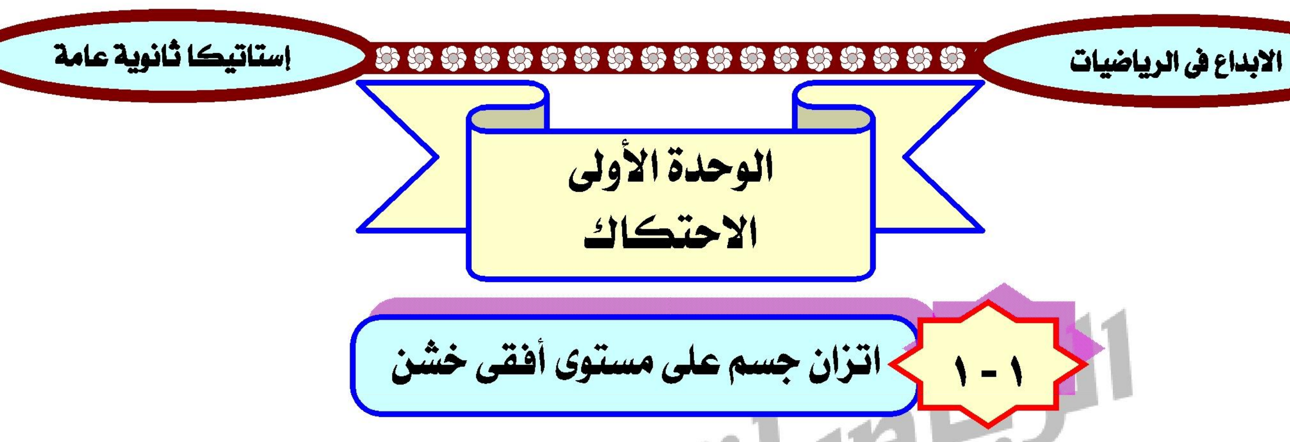


قوى الإحتكاك:

هى قوى خفية كامنة بين سطحين خشنين وتظهر عند محاولة تحريك أحدهما على الآخر
وقوى الاحتكاك لها اهمية كبيرة فى حياتنا اليومية فلولاها لما استطعنا السير على الأرض دون أن تنزلق أقدامنا ولما استطعنا الإمساك بالإشياء دون أن تقع من ايدينا ولما استطاعت السيارات السير على الطرق دون أن تنزلق إطاراتها ....الخ

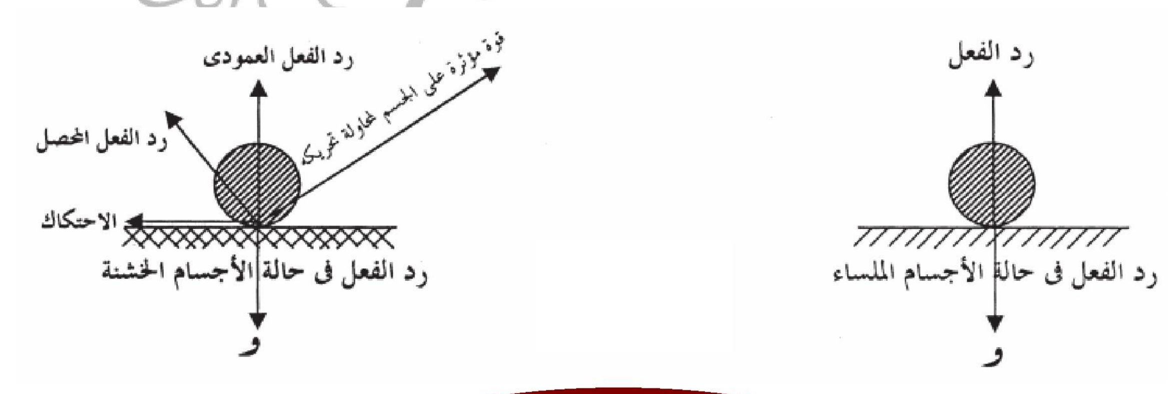
رد الفعل (ر) :

هى قوة تنشأ من تلامس سطحين فإذا وضعنا جسم ما على نضد افقى
فإن الجسم يضغط على النضد بقوة وزنه (و) رأسيا لأسفل
ويؤثر النضد على الجسم بقوة رد الفعل (ر) رأسيا لأعلى

وتكون هاتان القوتان متساويتان فى المقدار أى أن و = ر وذلك تبعا لقانون نيوتن الثالث
ويجب ملاحظة أن هاتين القوتين لاتؤثران فى جسم واحد لأن قوة الفعل وهى الوزن تؤثر فى النضد بينما قوة رد الفعل تؤثر فى الجسم.

السطوح الملساء والسطوح الخشنة :

إذا كانت السطوح ملساء فإن رد الفعل يكون عموديا على سطح التماس المشترك للجسمين المتلامسين
أما إذا كانت السطوح خشنة فإن رد الفعل يكون له مركبتان:
(١) مركبة موازية لسطح التماس تسمى " الإحتكاك السكونى "
(٢) مركبة عمودية على سطح التماس تسمى " رد الفعل العمودى "
وتسمى قوة رد الفعل فى هذه الحالة " قوة رد الفعل المحصل " وغالبا نعوض عن قوة رد الفعل المحصل بمركبتيها وهما قوة الإحتكاك السكونى وقوة رد الفعل العمودى.



خواص قوة الإحتكاك السكونى:

(١) تعمل قوة الإحتكاك السكونى ($ع$) على معاكسة الإنزلاق فتكون دائما فى إتجاه مضاد للإتجاه الذى يميل الجسم إلى الإنزلاق فيه.

(٢) تكون قوة الإحتكاك السكونى ($ع$) مساوية فقط للقوة المماسية التى تعمل على تحريك الجسم ولا يمكن أن تزيد عن هذه القوة.

(٣) تتزايد قوة الإحتكاك السكونى ($ع$) كلما تزايدت القوة المماسية التى تعمل على إحداث الحركة فتكون دائما مساوية لها فى المقدار مادام الجسم متزنا.

(٤) تتزايد قوة الإحتكاك السكونى إلى حد لا تتعداه وعندئذ يكون الجسم على وشك الإنزلاق ويسمى الإحتكاك فى هذه الحالة " الإحتكاك السكونى النهائى " ويرمز له بالرمز ($ع_س$).

(٥) النسبة بين الإحتكاك السكونى النهائى ورد الفعل العمودى ثابتة وتتوقف هذه النسبة على طبيعة الجسمين المتلامسين وليس على شكليهما أو كتلتيهما
وتسمى هذه النسبة " معامل الإحتكاك السكونى النهائى " ويرمز لها بالرمز ($م_س$).

أى أن: $م_س = \frac{ع_س}{ر}$ وبالتالى فإن $ع_س = م_س ر$

ملاحظة:

معامل الإحتكاك السكونى فى أغلب الأحيان تكون قيمته بين صفر وواحد أى أن $٠ < م_س < ١$
وفى بعض الحالات الخاصة قد تزيد قيمته على الواحد الصحيح

قوة الإحتكاك الحركى:

إذا تحرك جسم على سطح خشن فإن قوة الإحتكاك فى هذه الحالة تسمى بقوة الإحتكاك الحركى ويرمز لها بالرمز ($ع_ك$) ويكون إتجاهها عكس إتجاه حركة الجسم وتعطى قيمتها بالعلاقة:

$ع_ك = م_ك ر$ حيث ($م_ك$) معامل الإحتكاك الحركى ، $ر$ رد الفعل العمودى

أى أن:
قوة الإحتكاك الحركى تساوى حاصل ضرب معامل الإحتكاك الحركى فى قوة رد الفعل العمودى
وبالتالى فإن:
" معامل الإحتكاك الحركى هو النسبة بين قوة الإحتكاك الحركى وقوة رد الفعل العمودى "

ملاحظة: معامل الإحتكاك السكونى $م_س$ > معامل الإحتكاك الحركى $م_ك$

رد الفعل المحصل ($ر'$):

هو محصلة رد الفعل العمودى ($ر$) وقوة الإحتكاك ($ع$)

أى أن $ر' = \sqrt{ر^٢ + ع^٢}$

وعندما يكون الإحتكاك نهائيا نـجد أن:

$$ر' = \sqrt{ر^2 + ح_س^2} = \sqrt{ر^2 + م_س^2 ر^2} \Leftarrow \therefore ر' = ر\sqrt{1 + م_س^2}$$

زاوية الإحتكاك (ل) :

إذا كان (ل) هو قياس الزاوية المحصورة بين رد الفعل العمودى ورد الفعل المحصل

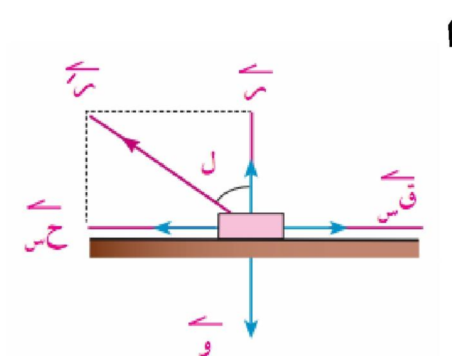
فإن قيمة (ل) تتزايد كلما تزايد مقدار قوة الإحتكاك

وهذه القيمة تصل الى نهايتها العظمى عندما يكون الإحتكاك نهائيا

وتسمى الزاوية فى هذه الحالة (زاوية الإحتكاك) أى أن:

زاوية الإحتكاك هى الزاوية المحصورة بين رد الفعل العمودى

ورد الفعل المحصل عندما يكون الاحتكاك نهائيا



ومن الشكل نـجد أن:

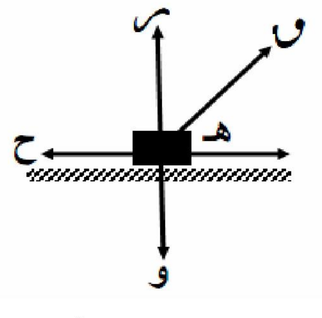
$$ظال = \frac{ح_س}{ر} = \frac{م_س ر}{ر} \Leftarrow \therefore ظال = م_س$$

أى أنه عند الإحتكاك النهائى يكون " ظل زاوية الإحتكاك يساوى معامل الإحتكاك "

اتزان جسم على مستوى أفقى خشن:

نفرض أن جسم وزنه (و) متزن على مستوى أفقى خشن

وتؤثر عليه قوة مقدارها (ق) وتميل على الأفقى بزاوية قياسها (هـ)



فتكون القوى المؤثرة على الجسم هى:

(١) قوة الوزن (و) رأسيا لأسفل

(٢) القوة المؤثرة (ق)



(٣) قوة رد الفعل المحصل ونضع بدلا منها مركبتيها وهما قوة رد الفعل العمودى (ر) رأسيا لأعلى وقوة الإحتكاك (ح) وتكون عكس الإتجاه الذى يميل الجسم الى الحركة فيه

وبتحليل القوة المؤثرة على الجسم الى مركبتين

إحداهما فى إتجاه المستوى والأخرى عمودية عليه كما بالشكل

وتكون معادلتا الإتزان هما:

$$ح = ق جتاهـ$$ ،



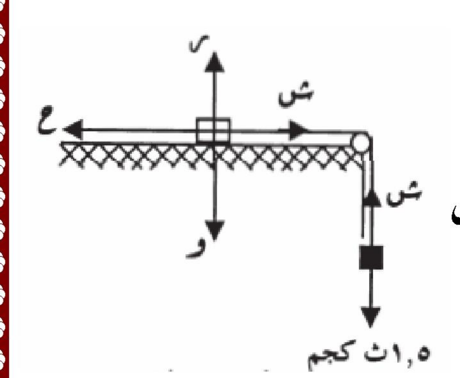
$$ر + ق جاهـ = و$$

لاحظ أنه إذا كانت القوة أفقية نضع هـ = ٠ فى العلاقات السابقة

مثـــال:

وضعت كتلة خشبية وزنها ١٠ ث.كجم على نضد أفقى وربطت بخيط أفقى يمر على بكرة ملساء مثبتة عند حافة النضد ويتدلى من طرفه ثقل مقداره ١,٥ ث.كجم . فإذا كانت الكتلة الخشبية متزنة على النضد عين قوة الإحتكاك وقوة رد الفعل العمودى . وإذا علم أن معامل الاحتكاك السكونى بين الكتلة والنضد يساوى ٠,٣ ، هل تكون الكتلة على وشك الحركة.

الحـــل:



القوة التى تعمل على تحريك الكتلة الخشبية
هى قوة الشد فى الخيط الأفقى ومقدارها ١,٥ ث كجم لأن البكرة ملساء
وبالتالى تكون قوة الإحتكاك فى الإتجاه المضاد لقوة الشد كما بالشكل

∵ الكتلة الخشبية متزنة ∴ معادلات الإتزان هى:

ع = ش ⟸ ∴ ع = ١,٥ ث.كجم

، ر = و ⟸ ∴ ر = ١٠ ث.كجم

ولمعرفة هل الجسم على وشك الحركة ام لا نحسب قيمة قوة الإحتكاك السكونى ($م_س$ ر)

∴ $م_س$ ر = ٠,٣ × ١٠ = ٣ ث.كجم

∴ ع < $م_س$ ر ∴ الإحتكاك غير نهائى والكتلة الخشبية ليست على وشك الحركة

مثـــال:

وضعت كتلة وزنها ٣٢ نيوتن على مستوى أفقى خشن وأثرت عليها قوة أفقية ق حتى أصبحت الكتلة على وشك الحركة:

أ) إذا كانت ق = ٨ نيوتن أوجد معامل الإحتكاك السكونى بين الكتلة والمستوى.

ب) إذا كان $م_س$ = ٠,٤ أوجد ق

الحـــل:

∵ الكتلة على وشك الحركة ∴ الإحتكاك السكونى نهائى ويساوى $ع_س$

معادلتا الإتزان هى: $ع_س$ = ق ، ر = و

أ) ∵ ق = ٨ ∴ $ع_س$ = ٨ نيوتن ، ∴ ر = ٣٢ نيوتن

∵ $م_س = \frac{ع_س}{ر}$ ∴ $م_س = \frac{٨}{٣٢}$ ∴ $م_س = \frac{١}{٤}$ #

ب) ∵ $م_س$ = ٠,٤ ، ∵ $ع_س$ = $م_س$ ر ∴ $ع_س$ = ٠,٤ × ٣٢ = ١٢,٨

∵ $ع_س$ = ق ∴ ق = ١٢,٨ نيوتن #

مثـــال:

وضع جسم وزنه ٢٠ نيوتن على مستوى أفقى خشن فإذا كان معامل الإحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى $\frac{١}{٤}$ أوجد:

أ) مقدار القوة الأفقية التى تكفى لجعل الجسم على وشك الحركة.

ب) مقدار القوة التى تميل على المستوى بزاوية قياسها ٣٠° وتجعل الجسم على وشك الحركة

الحــــل:

∵ الكتلة على وشك الحركة ∴ الإحتكاك السكونى نهائى ويساوى $\text{ح}_{\text{س}}$

أ) ∵ القوة أفقية ∴ معادلتا الإتزان هما: $\text{ح}_{\text{س}} = \text{ق}$ ، $\text{ر} = \text{و}$

$\because \text{م}_{\text{س}} = \frac{١}{٤}$ ، $\because \text{ح}_{\text{س}} = \text{م}_{\text{س}}\,\text{ر}$ $\therefore \text{ح}_{\text{س}} = \frac{١}{٤} \times ٢٠ = ٥$

$\because \text{ح}_{\text{س}} = \text{ق}$ $\therefore \text{ق} = ٥$ نيوتن #

ب) ∵ القوة تميل على المستوى بزاوية قياسها ٣٠°

∴ معادلتا الإتزان هما: $\text{ح}_{\text{س}} = \text{ق}\,\text{جتا}\,٣٠^\circ$ ، $\text{ر} + \text{ق}\,\text{جا}\,٣٠^\circ = \text{و}$

$\because \text{م}_{\text{س}} = \frac{١}{٤}$ ، $\because \text{ح}_{\text{س}} = \text{م}_{\text{س}}\,\text{ر}$ ، $\text{ر} = \text{و} - \frac{١}{٢}\text{ق} = ٢٠ - \frac{١}{٢}\text{ق}$

$\therefore \text{ح}_{\text{س}} = \frac{١}{٤}\left(٢٠ - \frac{١}{٢}\text{ق}\right) = ٥ - \frac{١}{٨}\text{ق}$

$\because \text{ح}_{\text{س}} = \text{ق}\,\text{جتا}\,٣٠^\circ = \frac{\sqrt{٣}}{٢}\text{ق}$ $\therefore ٥ - \frac{١}{٨}\text{ق} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}\text{ق}$ $\therefore ٤٠ - \text{ق} = ٤\sqrt{٣}\,\text{ق}$

$\therefore (٤\sqrt{٣} + ١)\text{ق} = ٤٠$ $\therefore \text{ق} = \frac{٤٠}{٤\sqrt{٣} + ١}$ نيوتن #

مثـــال:

وضع جسم وزنه ٦ نيوتن على مستوى أفقى خشن وأثرت عليه فى نفس المستوى قوتان مقدارهما ٢ ، ٤ نيوتن تحصران بينهما زاوية قياسها ١٢٠° فظل ساكنا . أثبت أن قياس زاوية الإحتكاك (ل) بين الجسم والمستوى يجب أن لا تقل عن ٣٠°

وإذا كان $\text{ق}(\text{ل}) = ٤٥^\circ$ وبقى إتجاه القوتين ثابتا كما بقيت القوة ٤ نيوتن دون تغيير ، فعين مقدار القوة الأخرى لكى يكون الجسم على وشك أن يبدأ الحركة.

الحــــل:

نفرض أن محصلة القوتين ٢، ٤ = ق وأن قوة الإحتكاك = ع

$\therefore$ ق $= \sqrt{٢^{٢} + ٤^{٢} + ٢ \times ٢ \times ٤ \text{جتا } ١٢٠^{\circ}}$

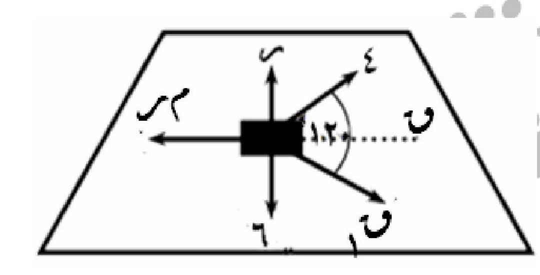
$\therefore$ ق $= ٢\sqrt{٣}$ نيوتن

$\because$ الجسم ساكن $\therefore$ ع = ق ، ر = ٦

$\therefore$ ع $= ٢\sqrt{٣}$ ، $\because$ الاحتكاك غير نهائى $\therefore$ ع < مس ر $\therefore$ $٢\sqrt{٣} < ٦$ مس

$\therefore$ مس $> \frac{٢\sqrt{٣}}{٦}$ $\therefore$ مس $> \frac{\sqrt{٣}}{٣}$ ، $\because$ مس = ظال

$\therefore$ ظال $> \frac{\sqrt{٣}}{٣}$ ، $\because$ ظا٣٠ $= \frac{\sqrt{٣}}{٣}$ $\therefore$ ظال > ظا ٣٠ $\therefore$ ل $> ٣٠^{\circ}$



عندما ل = ٤٥° $\therefore$ م = ظا ٤٥° = ١

ونفرض أن مقدار القوة الثانية هو ق$_{١}$

$\because$ الجسم على وشك أن يبدأ الحركة

$\therefore$ الإحتكاك نهائى وتكون محصلة القوتين ق = م ر

، $\because$ م = ١ ، ر = ٦ $\therefore$ ق = ١ × ٦ = ٦ نيوتن

$\therefore$ ٦ $= \sqrt{ق_{١}^{٢} + ٤^{٢} + ٢ \times ق_{١} \times ٤ \text{جتا } ١٢٠^{\circ}}$ بتربيع الطرفين

$\therefore$ ٣٦ = ق$_{١}^{٢}$ + ١٦ − ٤ق$_{١}$ $\therefore$ ق$_{١}^{٢}$ − ٤ق$_{١}$ − ٢٠ = ٠

$\therefore$ ق$_{١}$ $= \frac{-(-٤) \pm \sqrt{(-٤)^{٢} - ٤ \times ١ \times (-٢٠)}}{٢ \times ١}$

$\therefore$ ق$_{١}$ $= \frac{٤ \pm \sqrt{١٦ + ٨٠}}{٢} = \frac{٤ \pm ٤\sqrt{٦}}{٢} = ٢ \pm ٢\sqrt{٦}$

$\therefore$ ق$_{١}$ $= ٢ + ٢\sqrt{٦}$ نيوتن والقيمة الأخرى مرفوضة #

مثال:

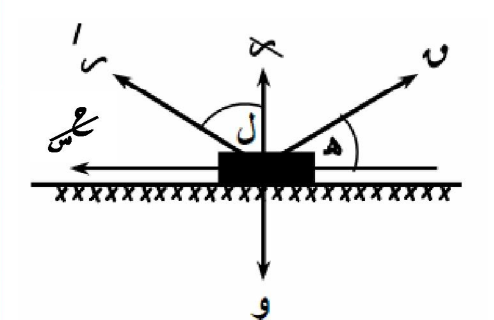
وضع جسم وزنه (و) نيوتن على مستوى أفقى خشن وكان قياس زاوية الإحتكاك بين الجسم والمستوى (ل) شد الجسم بقوة تميل على الأفقى بزاوية (هـ) فإصبح الجسم على وشك الحركة.إثبت أن مقدار هـذه القـوة يساوى $\frac{\text{وجال}}{\text{جتا(هـ − ل)}}$ ، ثم أوجد أقل قوة تكفى لتحريك الجسم والشرط اللازم لذلك.

الحـــل:

∵ الجسم على وشك الحركة ∴ الإحتكاك نهائى ويساوى ($ح_س$) ويعمل عكس اتجاه الحركة

∵ رد الفعل المحصل ($ر'$) هو محصلة رد الفعل العمودى ($ر$) وقوة الإحتكاك النهائى ($ح_س$)

∴ الجسم متزن تحت تأثير ثلاث قوى متلاقية فى نقطة وهى ق، و ، $ر'$



∴ بتطبيق قاعدة لامى:

$$\therefore \frac{ق}{جا(١٨٠° - ل)} = \frac{و}{جا(٩٠° - (هـ - ل))}$$

$$\therefore \frac{ق}{جال} = \frac{و}{جتا(هـ - ل)} \Leftarrow \therefore ق = \frac{وجال}{جتا(هـ - ل)}$$

∵ المطلوب أقل قوة ∴ المقام وهو المقدار جتا(هـ − ل) يجب أن يكون أكبر ما يمكن

أى أن جتا(هـ − ل) = ١ ∴ اقل قوة هى ق = وجال

∵ جتا(هـ − ل) = ١ ⇐ ∴ جتا(هـ − ل) = جتا٠ ∴ (هـ − ل) = ٠ ⇐ ∴ هـ = ل

أى أن الشرط اللازم لذلك هو أن تكون زاوية ميل القوة مساوية لزاوية الأحتكاك

مثال:

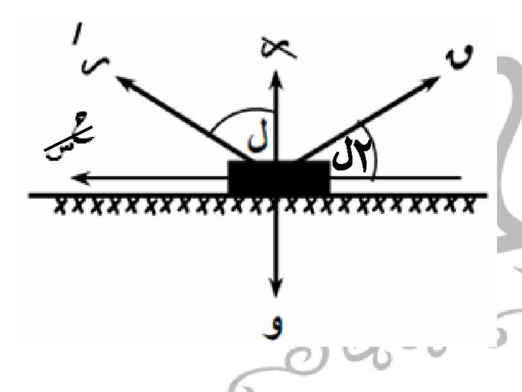
وضع جسم وزنه (و) نيوتن على مستوى أفقى خشن وكان قياس زاوية الإحتكاك بين الجسم والمستوى (ل) شد الجسم بقوة تميل على الأفقى بزاوية قياسها (٢ل) فإصبح الجسم على وشك الحركة، إثبت أن مقدار هذه القوة يساوى و ظا ل .

الحل:

∵ الجسم على وشك الحركة ∴ الإحتكاك نهائى ويساوى ($ح_س$) ويعمل عكس اتجاه الحركة

∵ رد الفعل المحصل ($ر'$) هو محصلة رد الفعل العمودى ($ر$) وقوة الإحتكاك النهائى ($ح_س$)

∴ الجسم متزن تحت تأثير ثلاث قوى متلاقية فى نقطة وهى ق، و ، $ر'$



∴ بتطبيق قاعدة لامى:

$$\therefore \frac{ق}{جا(١٨٠° - ل)} = \frac{و}{جا(٩٠° - (٢ل - ل))}$$

$$\therefore \frac{ق}{جال} = \frac{و}{جا(٩٠° - ل)} \Leftarrow \therefore \frac{ق}{جال} = \frac{و}{جتال}$$

$$\therefore ق = \frac{وجال}{جتال} \Leftarrow \boxed{\therefore ق = و ظال}$$

١ - ٢ اتزان جسم على مستوى مائل خشن

نعتبر جسم وزنه (و) متزن على مستوى مائل خشن

يميل على الأفقى بزاوية قياسها (هـ)

فتتكون القوى المؤثرة على الجسم هى:

(١) قوة الوزن (و) رأسيا لأسفل

(٢) قوة رد الفعل المحصل رَ

ونضع بدلا منها مركبتيها وهما قوة رد الفعل العمودى (ر) رأسيا لأعلى

وقوة الإحتكاك (ح) وتكون عكس الإتجاه الذى يميل الجسم الى الحركة فيه

وبتحليل الوزن الى مركبتين إحداهما فى إتجاه المستوى والأخرى عمودية عليه كما بالشكل

وتكون معادلتا الإتزان هما:

ح = وجاهـ ، **ر = وجتاهـ**

قاعدة:

إذا وضع جسم على مستوى مائل خشن وكان على وشك الإنزلاق تحت تأثير وزنه فقط

فإن قياس زاوية الإحتكاك يساوى قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى

أى أنه عندما يكون الجسم على وشك الإنزلاق فإن ل = هـ وبالتالى فإن

ظال = ظاهـ ⇐ **∴ م = ظال = ظاهـ**

وبمقارنة قياس زاوية ميل المستوى بقياس زاوية الإحتكاك يكون لدينا الحالات الآتية:

(١) قياس زاوية ميل المستوى < قياس زاوية الإحتكاك

فى هذه الحالة يكون الجسم متزنا على المستوى ويكون الاحتكاك غير نهائى

وحتى يكون الإحتكاك نهائيا نؤثر على الجسم بقوة لأعلى تجعله على وشك الحركة لأعلى أو نؤثر عليه بقوة لأسفل تجعله على وشك الحركة لأسفل

(٢) قياس زاوية ميل المستوى = قياس زاوية الإحتكاك

فى هذه الحالة يكون الاحتكاك نهائى ويكون الجسم على وشك الإنزلاق

(٣) قياس زاوية ميل المستوى > قياس زاوية الإحتكاك

فى هذه الحالة يكون الجسم غير متزن على المستوى وينزلق لأسفل

وبالتالى نؤثر على الجسم بقوة لأعلى لمنعه من الإنزلاق لأسفل

مثـــــال:

وضع جسم وزنه ٢ ث.كجم على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° ومعامل الإحتكاك السكونى بينه وبين الجسم يساوى ٠,٩ أثرت على الجسم قوة مقدارها ٢,٥ ث.كجم فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى ولأعلى فإذا كان الجسم متزن أوجد قوة الإحتكاك وبين ما إذا كان الجسم على وشك الحركة أم لا؟

الحـــــل:

المركبة المماسية للوزن وتعمل فى إتجاه خط أكبر ميل ولأسفل

ومقدارها = وجا ٣٠° = ٢ × $\frac{١}{٢}$ = ١ ث.كجم

القوة المعطاة وتعمل فى إتجاه خط أكبر ميل ولأعلى

ومقدارها ٢,٥ ث.كجم

وحيث أن القوة المعطاة > مركبة الوزن

الجسم يميل الى التحرك لأعلى المستوى وبالتالى سوف تعمل قوة الإحتكاك لأسفل

∵ الجسم متزن ∴ معادلتا الإتزان هما:

ع + وجا ٣٠ = ٢,٥ ∴ ع = ٢,٥ − ١ = ١,٥ ث.كجم

، ر = وجتا ٣٠ ⟸ ∴ ر = $\sqrt{٣}$ ≃ ١,٧٣ ث.كجم

ولمعرفة هل الجسم على وشك الحركة ام لا نحسب قيمة قوة الإحتكاك السكونى النهائى (مس ر)

∴ مس ر = ٠,٩ × ١,٧٣ = ١,٥٦ ث.كجم

∴ ع < مس ر ∴ الإحتكاك غير نهائى و الجسم ليس على وشك الحركة

مثـــــال:

وضع جسم وزنه ٣٠ نيوتن على مستوى مائل خشن لوحظ أن الجسم يكون على وشك الإنزلاق إذا كان المستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° فإذا زيد ميل المستوى بحيث أصبحت زاوية ميل المستوى على الأفقى ٦٠° فأوجد مقدار :

أ) أقل قوة تؤثر على الجسم موازية لخط أكبر ميل للمستوى وتمنعه من الإنزلاق

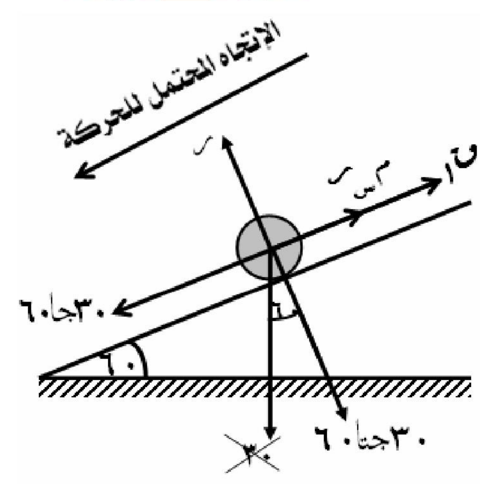
ب) القوة التى تؤثر فى الجسم موازية لخط أكبر ميل للمستوى وتجعله على وشك الحركة لأعلى المستوى.

الحـــــل:

∵ الجسم يكون على وشك الإنزلاق على المستوى المائل تحت تأثير وزنه فقط

عندما تكون زاوية ميل المستوى = ٣٠°

∴ م = ظا ٣٠° = $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$



الآن أصبحت زاوية ميل المستوى على الأفقى = ٦٠°

أ) أقل قوة تمنع الجسم من الإنزلاق لأسفل

الإحتكاك السكونى نهائى ويعمل إلى أعلى المستوى

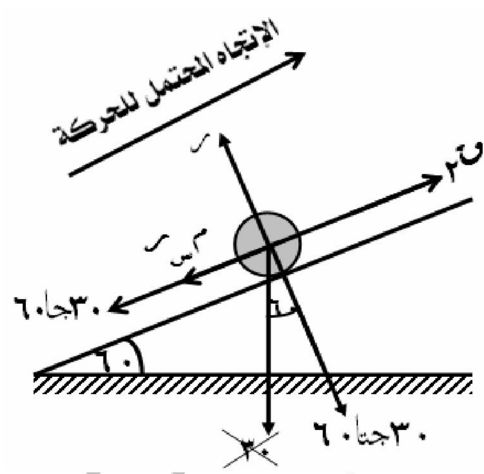
∵ الجسم متزن ∴ معادلتا الإتزان هما:

ر = ٣٠جتا ٦٠° = ٣٠ × $\frac{١}{٢}$ = ١٥

∴ م‌س ر = $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ × ١٥ = ٥$\sqrt{٣}$

، ق‌١ + م‌س ر = ٣٠جا ٦٠° ⟸ ∴ ق‌١ + ٥$\sqrt{٣}$ = ٣٠ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

∴ ق‌١ = ١٥$\sqrt{٣}$ − ٥$\sqrt{٣}$ = ١٠$\sqrt{٣}$ نيوتن



ب) القوة التى تجعل الجسم على وشك الحركة لأعلى

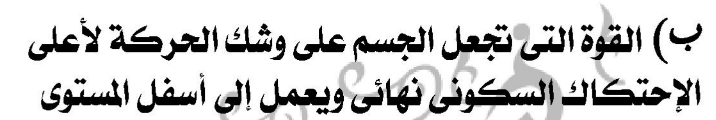
الإحتكاك السكونى نهائى ويعمل إلى أسفل المستوى

∴ ر = ٣٠جتا ٦٠° = ٣٠ × $\frac{١}{٢}$ = ١٥

∴ م‌س ر = $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ × ١٥ = ٥$\sqrt{٣}$

، ق‌٢ = م‌س ر + ٣٠جا ٦٠° ⟸ ∴ ق‌٢ = ٥$\sqrt{٣}$ + ٣٠ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

∴ ق‌٢ = ١٥$\sqrt{٣}$ + ٥$\sqrt{٣}$ = ٢٠$\sqrt{٣}$ نيوتن



مثـــال:

جسم مقدار وزنه ٣٨ نيوتن يكون على وش الحركة تحت تأثير وزنه إذا وضع على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية ظلها $\frac{١}{٥}$ فإذا وضع هذا الجسم على مستوى أفقى فى نفس خشونة المستوى المائل وأثرت فيه قوة شد إلى أعلى تصنع مع الأفقى زاوية جيبها $\frac{٤}{٥}$ فجعلته على وشك الحركة.أوجد مقدار هذه القوة ومقدار رد الفعل العمودى ومقدار رد الفعل المحصل.

الحـــل:

∵ الجسم على وشك الحركة تحت تأثير وزنه على المستوى المائل

∴ زاوية الاحتكاك (ل) = زاوية ميل المستوى

$\therefore \text{م}_{\text{س}} = \text{ظا ل} \Leftarrow \therefore \text{م}_{\text{س}} = \frac{١}{٥}$

∵ الجسم على وشك الحركة على المستوى الأفقى

∴ الإحتكاك السكونى نهائى

وبتحليل القوة المائلة الى مركبتين فى اتجاهى المستوى والعمودى عليه

∵ الجسم متزن ∴ معادلتا الإتزان هما:

$\text{ق جتاهـ} = \text{م}_{\text{س}}\,\text{ر} \Leftarrow \therefore \frac{٣}{٥}\text{ق} = \frac{١}{٥}\text{ر} \quad (١)$

، $\text{ر} + \text{ق جاهـ} = \text{و} \Leftarrow \therefore \text{ر} + \frac{٤}{٥}\text{ق} = ٣٨ \quad (٢)$

وبحل المعادلتين (١) ، (٢) معا نحصل على قيمة قوة الشد (ق) وقيمة رد الفعل العمودى (ر)

من المعادلة (١) $\therefore \text{ر} = ٣\text{ق}$ وبالتعويض فى المعادلة (٢)

$\therefore ٣\text{ق} + \frac{٤}{٥}\text{ق} = ٣٨ \Leftarrow \therefore \frac{١٩}{٥}\text{ق} = ٣٨ \Leftarrow \therefore \text{ق} = ٣٨ \times \frac{٥}{١٩} = ١٠$ نيوتن

$\therefore \text{ر} = ٣\text{ق} = ٣ \times ١٠ = ٣٠$ نيوتن

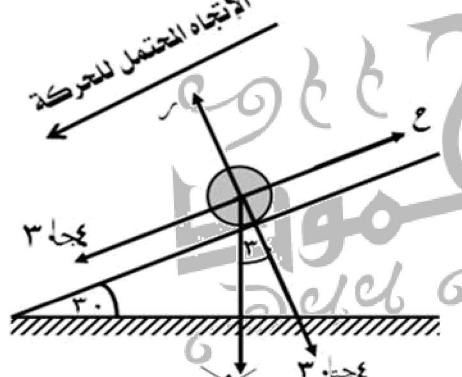
إيجاد قيمة رد الفعل المحصل ($\text{ر}'$)

$\because \text{ر}' = \text{ر}\sqrt{١ + \text{م}_{\text{س}}^{٢}} \Leftarrow \therefore \text{ر}' = ٣٠ \times \sqrt{١ + \left(\frac{١}{٥}\right)^{٢}} \Leftarrow \therefore \text{ر}' = ٦\sqrt{٢٦}$ نيوتن

مثال:

وضع جسم وزنه ٤ ث.كجم على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° ومعامل الإحتكاك بينه وبين المستوى $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ بين ما إذا كان الجسم ينزلق على المستوى أو أن الجسم على وشك الإنزلاق أو أن الإحتكاك غير نهائى ثم أوجد مقدار القوة التى تؤثر على الجسم فى إتجاه خط أكبر ميل بحيث تجعل الجسم على وشك الحركة إلى أعلى المستوى.

الحل:



∵ الجسم متزن

$\therefore \text{ر} = ٤\text{جتا}\,٣٠ \quad \therefore \text{ر} = ٤ \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} = ٢\sqrt{٣}$

$\therefore \text{م}_{\text{س}}\,\text{ر} = \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times ٢\sqrt{٣} = ٣$ ، $\text{ع} = ٤\text{جا}\,٣٠$

$\therefore \text{ع} = ٤ \times \frac{١}{٢} = ٢$

∴ ع < مس ر   ∴ الإحتكاك غير نهائى

بعد تأثير القوة يكون الجسم على وشك الحركة لأعلى المستوى

∴ الإحتكاك السكونى نهائى ويعمل إلى لأسفل

∴ ق = مس ر + ٤جا ٣٠

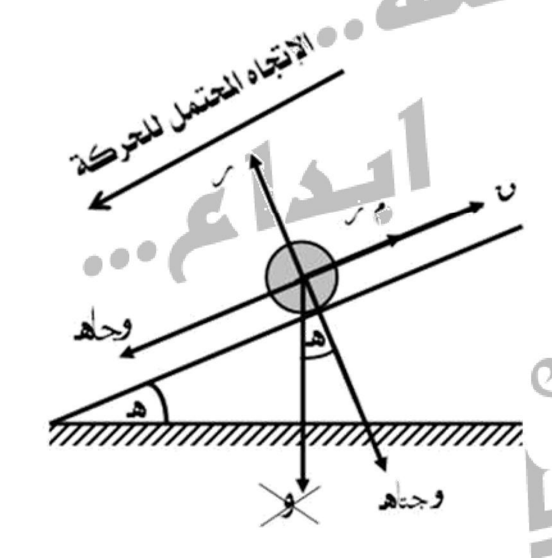
∴ ق = ٣ + ٤ × $\frac{١}{٢}$ ⇐ ∴ ق = ٥ ث كجم لأعلى

مثـــال:

جسم مقدار وزنه (و) موضوع على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاويه قياسها هـ ، وقياس زاوية الإحتكاك ل . أثرت على الجسم القوة ق فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى إلى أعلى وتمنعه من الإنزلاق

اثبت أن ق = $\frac{\text{وجا(هـ − ل)}}{\text{جتال}}$

الحـــل:



∵ ق القوة التى تمنع الجسم من الإنزلاق لأسفل

∴ الإتجاة المحتمل للحركة إلى أسفل

الإحتكاك السكونى نهائى ويعمل إلى أعلى المستوى

∵ الجسم متزن   ∴ معادلتا الإتزان هما:

∴ ر = وجتاهـ   ،   ق + مس ر = وجاهـ

∴ ق + مس وجتاهـ = وجاهـ

∴ ق = وجاهـ − م وجتاهـ   ،   ∵ م = ظال = $\frac{\text{جال}}{\text{جتال}}$

∴ ق = وجاهـ − $\frac{\text{جال}}{\text{جتال}}$ × وجتاهـ   بالضرب × جتال   ∴ ق جتال = وجاهـ جتال − وجتاهـ جال

∴ ق جتال = و(جاهـ جتال − جتاهـ جال) = وجا(هـ − ل)   ∴ ق = $\frac{\text{وجا(هـ − ل)}}{\text{جتال}}$

حل آخر:

∵ ق القوة التى تمنع الجسم من الإنزلاق لأسفل

∴ زاوية ميل المستوى هـ > زاوية الإحتكاك ل ويكون الإتجاة المحتمل للحركة إلى أسفل

الإحتكاك السكونى نهائى ويعمل إلى أعلى المستوى

∴ نضع رد الفعل المحصل (رَ) بدلا من (ر) ، (م س ر)

الجسم متزن تحت تأثير ثلاث قوى متلاقية فى نقطة

∴ بتطبيق قاعدة لامى:

∴ ق / جا(١٨٠° − (هـ + ل)) = و / جا(٩٠° − ل))

∴ ق / جا(هـ − ل) = و / جتال ⟸ **∴ ق = وجا(هـ − ل) / جتال**

📖 مثـــال:

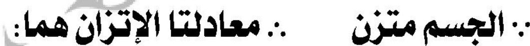
وضع جسم وزنه (و) على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها (هـ) فإذا كانت أقل قوة تؤثر على الجسم فى اتجاه خط اكبر ميل للمستوى وتجعله على وشك الحركة لأعلى تساوى ٢ وجاهـ فإثبت أن: أ) قياس زاوية الإحتكاك = هـ ب) مقدار رد الفعل المحصل = و

✍ الحـــل:

∵ الجسم على وشك الحركة لأعلى

∴ الإحتكاك السكونى نهائى ويعمل إلى أسفل المستوى

وبتحليل الوزن الى مركبتين فى اتجاهى المستوى والعمودى عليه



∵ الجسم متزن ∴ معادلتا الإتزان هما:

ر = وجتاهـ (١) ، ق = م س ر + وجاهـ (٢)

بالتعويض من (١) فى (٢)

∴ ٢وجاهـ = م س × وجتاهـ + وجاهـ ⟸ ∴ ٢وجاهـ − وجاهـ = م س × وجتاهـ

∴ م س جتاهـ = جاهـ ⟸ ∴ م س = جاهـ / جتاهـ = ظاهـ

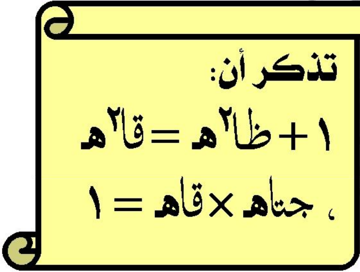
، ∵ م س = ظال ⟸ ∴ ل = هـ ∴ قياس زاوية الإحتكاك = هـ وهو المطلوب أولا

إيجاد قيمة رد الفعل المحصل (رَ)

∵ رَ = ر √(١ + م س ²) ⟸ ∴ رَ = وجتاهـ × √(١ + ظا²هـ)

∴ رَ = وجتاهـ × √(قا²هـ) ⟸ ∴ رَ = وجتاهـ × قاهـ

∴ رَ = و ∴ رد الفعل المحصل = و وهو المطلوب ثانيا



مثـــال:

وضع جسم وزنه ١٠ ث.كجم على مستوى مائل خشن وتؤثر عليه قوة ق فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى ولأعلى فإذا علم أن الجسم يكون على وشك الحركة الى أعلى المستوى إذا كانت ق = ٦ ث.كجم ويكون على وشك الحركة الى أسفل المستوى إذا كانت ق = ٤ ث.كجم أوجد:

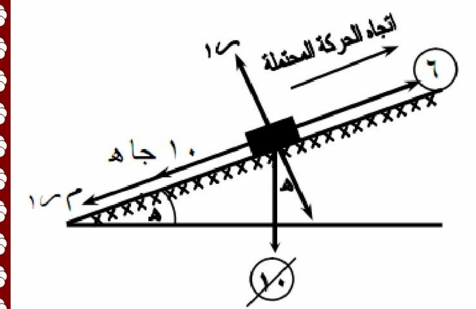
أ) قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى   ب) معامل الاحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى.

الحـــل:

أولا: عندما ق = ٦ ث.كجم الجسم يكون على وشك الحركة لأعلى

الإحتكاك السكونى نهائى ويعمل إلى أسفل المستوى

وبتحليل الوزن الى مركبتين فى اتجاهى المستوى والعمودى عليه



∵ الجسم متزن   ∴ معادلتا الإتزان هما:

$ر = ١٠ \text{جتاهـ}$ ، $٦ = م_س ر + ١٠ \text{جاهـ}$

بالتعويض عن ر   ∴ $١٠ م_س \text{جتاهـ} + ١٠ \text{جاهـ} = ٦$ (١)

ثانيا: عندما ق = ٤ ث.كجم الجسم يكون على وشك الحركة لأسفل

الإحتكاك السكونى نهائى ويعمل إلى أعلى المستوى

∵ الجسم متزن   ∴ معادلتا الإتزان هما:

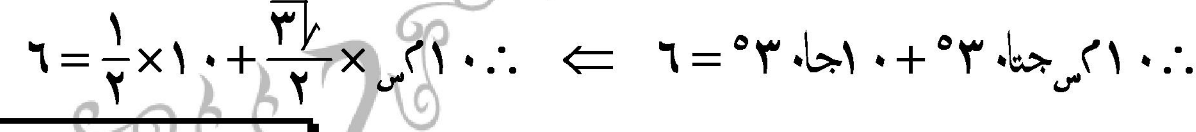
$ر = ١٠ \text{جتاهـ}$ ، $١٠ \text{جاهـ} = م_س ر + ٤$

بالتعويض عن ر   ∴ $١٠ م_س \text{جتاهـ} + ٤ = ١٠ \text{جاهـ}$ (٢)

بطرح (١) ، (٢)   ∴ $١٠ \text{جاهـ} - ٤ = ٦ - ١٠ \text{جاهـ}$

∴ $٢٠ \text{جاهـ} = ١٠$ ∴ $\text{جاهـ} = \frac{١}{٢}$ ⇐   **∴ هـ = ٣٠°**

بالتعويض فى (١)



∴ $١٠ م_س \text{جتا} ٣٠° + ١٠ \text{جا} ٣٠° = ٦$ ⇐   ∴ $١٠ م_س \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} + ١٠ \times \frac{١}{٢} = ٦$

∴ $٥ م_س \sqrt{٣} + ٥ = ٦$ ⇐   ∴ $٥ م_س \sqrt{٣} = ٦ - ٥$ ⇐   **∴ $م_س = \frac{١}{٥\sqrt{٣}} = \frac{\sqrt{٣}}{١٥}$**

مثـــال:

وضع جسم مقدار وزنه ٢ ث كجم على مستوى أفقى خشن ثم أميل المستوى بالتدريج فأوشك الجسم على الإنزلاق عندما أصبحت زاوية ميل المستوى على الأفقى ٣٠° برهن على أن معامل الإحتكاك السكونى

يساوى $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ وإذا ربط الجسم عندئذ فى خيط يقع فى المستوى الرأسى المار بخط أكبر ميل وشد الخيط فى إتجاه يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٦٠° حتى أوشك الجسم على الحركة لأعلى المستوى فأوجد مقدار قوة الشد وبرهن على أن مقدار قوة الإحتكاك يساوى $\frac{١}{٢}$ ث.كجم

✍ الحـــل:

∵ الجسم أوشك على الإنزلاق على المستوى المائل تحت تأثير وزنه عندما أصبحت زاوية ميل المستوى = ٣٠°

∴ زاوية الاحتكاك (ل) = زاوية ميل المستوى = ٣٠°

، ∵ $م_س$ = ظا ل ∴ $م_س$ = ظا ٣٠° = $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$

بعد ربط الجسم بالخيط

∵ الجسم على وشك الحركة لأعلى

∴ الإحتكاك السكونى نهائى ويعمل لأسفل

بتحليل قوة الشد فى إتجاهى المستوى والعمودى عليه

∵ الجسم متزن ∴ معادلتا الإتزان هما:

∴ ر + ش جا ٣٠° = ٢جتا ٣٠ ∴ ر + $\frac{١}{٢}$ ش = ٢ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ∴ ر = $\sqrt{٣}$ − $\frac{١}{٢}$ ش

، ش جتا ٣٠° = $م_س$ ر + ٢جا ٣٠ ∴ $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ش = $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ × ($\sqrt{٣}$ − $\frac{١}{٢}$ ش) + ٢ × $\frac{١}{٢}$

∴ $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ش = ١ − $\frac{\sqrt{٣}}{٦}$ ش + ١ ∴ $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ش = ٢ − $\frac{\sqrt{٣}}{٦}$ ش بالضرب × ٦

∴ ٣$\sqrt{٣}$ ش = ١٢ − $\sqrt{٣}$ ش ∴ ٤$\sqrt{٣}$ ش = ١٢ ∴ ش = $\frac{١٢}{٤\sqrt{٣}}$ = $\sqrt{٣}$ ث كجم

∴ قوة الإحتكاك النهائى = $م_س$ ر = ١ − $\frac{\sqrt{٣}}{٦}$ ش = ١ − $\frac{\sqrt{٣}}{٦}$ × $\sqrt{٣}$ = ١ − $\frac{١}{٢}$ = $\frac{١}{٢}$ ث كجم

📖 مثـــال:

وضع جسم وزنه ٢٠ نيوتن على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية ظلها يساوى $\frac{٤}{٣}$ فإذا كان $ق_١$ هو مقدار أقل قوة موازية لخط أكبر ميل للمستوى إلى أعلى وتمنع الجسم من الإنزلاق لأسفل ، $ق_٢$ هو مقدار أقل قوة أفقية تمنعه من الإنزلاق لأسفل وكان $ق_١$ = $ق_٢$ فأوجد معامل الإحتكاك بين الجسم والمستوى ومقدار أى من القوتين.

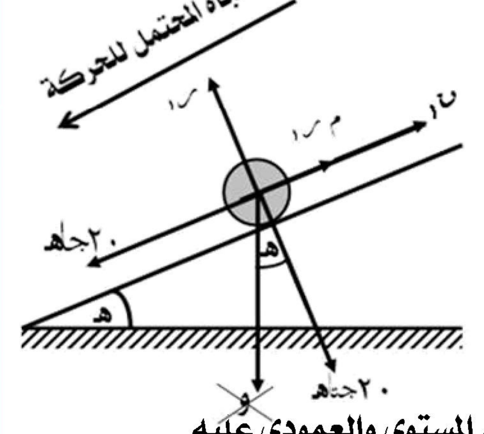
الحـــل:

∵ ق١ أقل قوة تمنع الجسم من الإنزلاق لأسفل ∴ الإحتكاك نهائى ولأعلى المستوى

∵ الجسم متزن ∴ معادلتا الإتزان هما:



ر١ = ٢٠ جتاهـ ∴ ر١ = ٢٠ × ٣/٥ = ١٢



، ق١ + م ر١ = ٢٠ جاهـ

∴ ق١ + ١٢م = ٢٠ × ٤/٥ ∴ ق١ = ١٦ − ١٢م (١)

، ∵ ق٢ أقل قوة أفقية تمنع الجسم من الإنزلاق لأسفل

∴ الإحتكاك نهائى ولأعلى المستوى وبتحليل القوة الأفقية فى إتجاهى المستوى والعمودى عليه

∵ الجسم متزن ∴ معادلتا الإتزان هما:

ر٢ = ق٢ جاهـ + ٢٠ جتاهـ

∴ ر٢ = ٤/٥ ق٢ + ٢٠ × ٣/٥ ∴ ر٢ = ٤/٥ ق٢ + ١٢

، ق٢ جتاهـ + م ر٢ = ٢٠ جاهـ

∴ ٣/٥ ق٢ + م × (٤/٥ ق٢ + ١٢) = ٢٠ × ٤/٥ بالضرب × ٥

∴ ٣ق٢ + ٤م ق٢ + ٦٠م = ٨٠ ، ∵ ق١ = ق٢ وبالتعويض من (١)

∴ ٣(١٦ − ١٢م) + ٤م(١٦ − ١٢م) + ٦٠م = ٨٠

∴ ٤٨ − ٣٦م + ٦٤م − ٤٨م² + ٦٠م − ٨٠ = ٠

∴ −٤٨م² + ٨٨م − ٣٢ = ٠ بالقسمة على −٨

∴ ٦م² − ١١م + ٤ = ٠ ∴ (٣م − ٤)(٢م − ١) = ٠

∴ ٣م − ٤ = ٠ ∴ م = ٤/٣ هذه القيمة مرفوضة لأنها تساوى ظل زاوية ميل المستوى على الأفقى

وهذا لايتحقق إلا عندما يكون الجسم على وشك الإنزلاق تحت تأثير وزنه فقط

او ٢م − ١ = ٠ ∴ م = ١/٢

بالتعويض فى (١) ∴ ق١ = ١٦ − ١٢ × ١/٢ ∴ ق١ = ١٠ نيوتن